Ve všech úlohách implicitně pracujeme nad tělesem reálných čísel.

## Úloha 1 [5 bodů]

Napište si tabulku s čísly 1, 2, 3, 4 a 5. Ke každému číslu připište odpověď ANO či NE na otázku, zda je dané tvrzení pravdivé či nepravdivé. Odpovědi nemusíte zdůvodňovat. Správné odpovědi vs. získané body: (0,0),(1,0),(2,0),(3,1),(4,3),(5,5).

1. Matice se dvěma řádky a třemi sloupci může být epimorfismus.
2. Mějme matici $\mathbf{A}:\mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^3$. Pak nutně platí $\det(-2\cdot\mathbf{A}) = 8\cdot\det(\mathbf{A})$.
3. Přičtením sloupce matice k jejímu jinému sloupci se nemůže změnit její obraz.
4. Jsou-li vektory $\vec{u}$, $\vec{v}$ řešeními nějaké soustavy lineárních rovnic, pak je vektor $\vec{u}-\vec{v}$ nutně řešením přidružené homogenní soustavy.
5. Mějme matice $\mathbf{A}$, $\mathbf{B}$ typu 4x4, obě s hodností 3. Jejich součin $\mathbf{A}\cdot\mathbf{B}$ může mít defekt 2.

## Úloha 2 [5 bodů]

U této úlohy nestačí pouze odpověď, svůj postup podrobně zdůvodňujte.

Nalezněte matici $\mathbf{A}:\mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^3$, která má jádro $\mathsf{span}\left(\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}1\\0\\1\end{pmatrix}\right)$ a obraz $\mathsf{span}\left(\begin{pmatrix}1\\2\\1\end{pmatrix}\right)$.

## Úloha 3 [10 bodů]

U této úlohy nestačí pouze odpověď, svůj postup podrobně zdůvodňujte.

Je dáno lineární zobrazení $\mathbf{A}:\mathbb{R}^4 \longrightarrow \mathbb{R}^3$ a vektor $\mathbf{b}\in\mathbb{R}^3$. Nalezněte a popište množinu řešení soustavy $\mathbf{A}\cdot\mathbf{x} = \mathbf{b}$.

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix}2 & 7 & 3 & 1\\ 3 & 5 & 2 & 2\\ 9 & 4 & 1 & 7\end{pmatrix}, \qquad \mathbf{b} = \begin{pmatrix}6\\4\\2\end{pmatrix}$$

Rozhodněte, zda je zobrazení $\mathbf{A}$ epimorfismus: pokud ano, dokažte to, pokud ne, nalezněte příklad vektoru z $\mathbb{R}^3$ neležícího v $\mathrm{im}(\mathbf{A})$.